



Grundlagen der Berechnung von hydraulischen Strömungsmaschinen



Dr. Gero Kreuzfeld

CFturbo Software & Engineering GmbH

Dresden, München

gero.kreuzfeld@cfturbo.de



Inhalt

1. Klassifizierung der Turbomaschinen	
▪ spezifische Drehzahl	3
▪ Bauformen	5
2. Strömungstechnische Grundlagen	
▪ Absolut- und Relativströmung	6
▪ Erhaltungssätze	8
3. Kenndaten	
▪ Arbeit, Förderhöhe	11
▪ Schaufelaustrittswinkel	12
▪ Leistung, Wirkungsgrad	14
▪ Saugfähigkeit	17
4. Kennlinien	
▪ Anlagenkennlinie	20
▪ Pumpenkennlinie	21
▪ Betriebspunkt	25

Bohl, Elmendorf
Strömungsmaschinen, Bd. 1, 2

Fister
Fluidenergiemaschinen, Bd. 1, 2

Pfleiderer, Petermann ←
Strömungsmaschinen

Raabe
Hydraulische Maschinen und Anlagen

Sigloch
Strömungsmaschinen

Whitfield, Baines
Design of Radial Turbomachines

Gülich ←
Kreiselpumpen

Holzenberger
Auslegung von Kreiselpumpen

Holzenberger, Jung
Kreiselpumpen Lexikon

Japikse, Marscher, Furst
Centrifugal Pump Design and Performance

Lobanoff, Ross
Centrifugal Pumps: Design & Application

Tuzson
Centrifugal Pump Design

Wagner
Kreiselpumpen und Kreiselpumpenanlagen

Will
Kreiselpumpen (Taschenbuch Maschinenbau, Bd. 5)

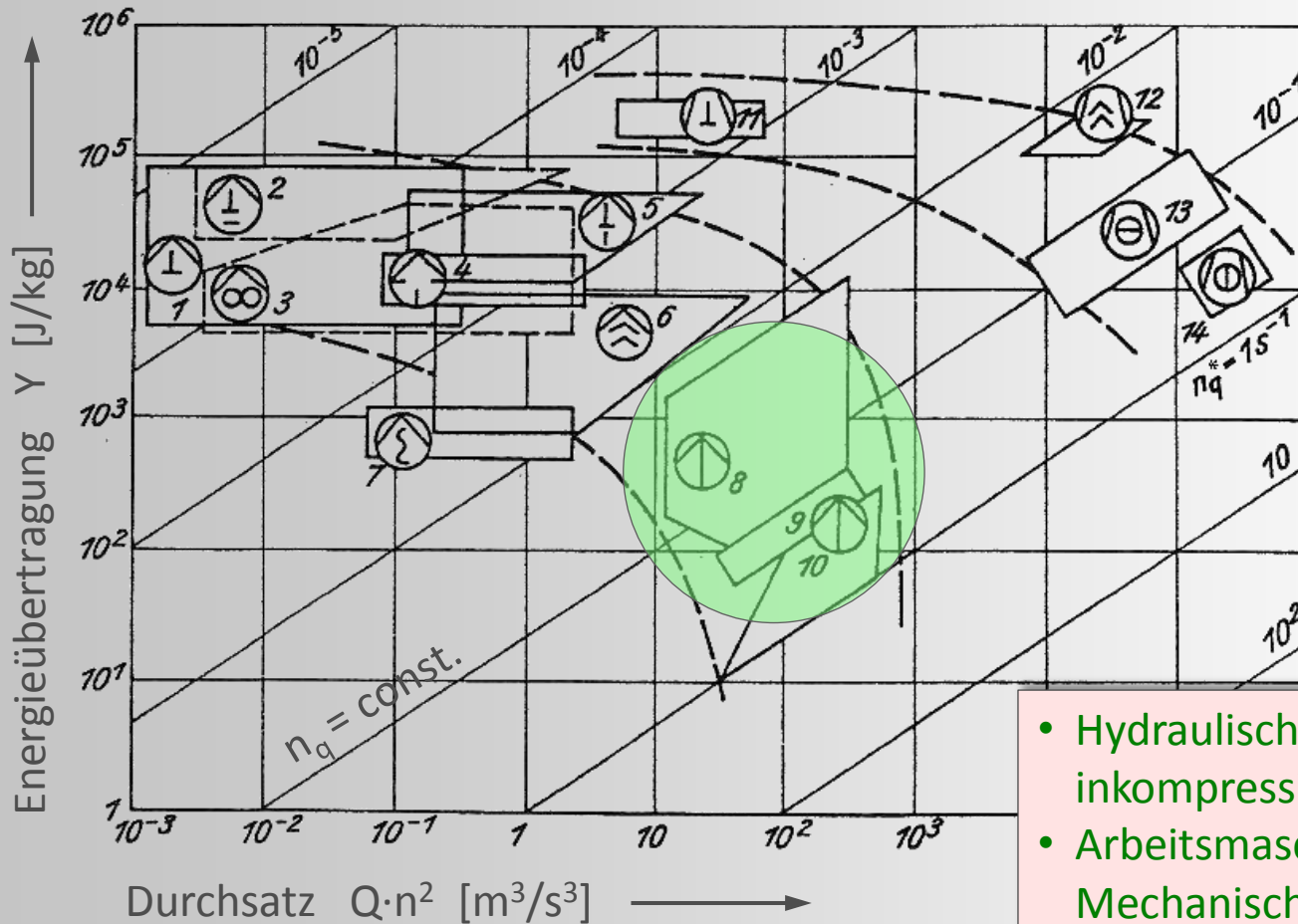
1. Klassifizierung der Turbomaschinen

Volumenstrom
Spezifische Arbeit
Drehzahl



Allgemeine
spezifische Drehzahl

$$n_q^* = n \cdot \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}}$$



- 1 Kolbenpumpe
- 2 Radialkolbenpumpe
- 3 Zahnradpumpe
- 4 Zellenpumpe
- 5 Axialkolbenpumpe
- 6 Schraubepumpe
- 7 Einspindelpumpe
- 8 Radialpumpe
- 9 Halbaxialpumpe
- 10 Axialpumpe
- 11 Kolbenverdichter
- 12 Schraubenverdichter
- 13 Radialverdichter
- 14 Axialverdichter

- Hydraulische Maschinen:
inkompressibles Fluid
- Arbeitsmaschinen:
Mechanische → Strömungsenergie

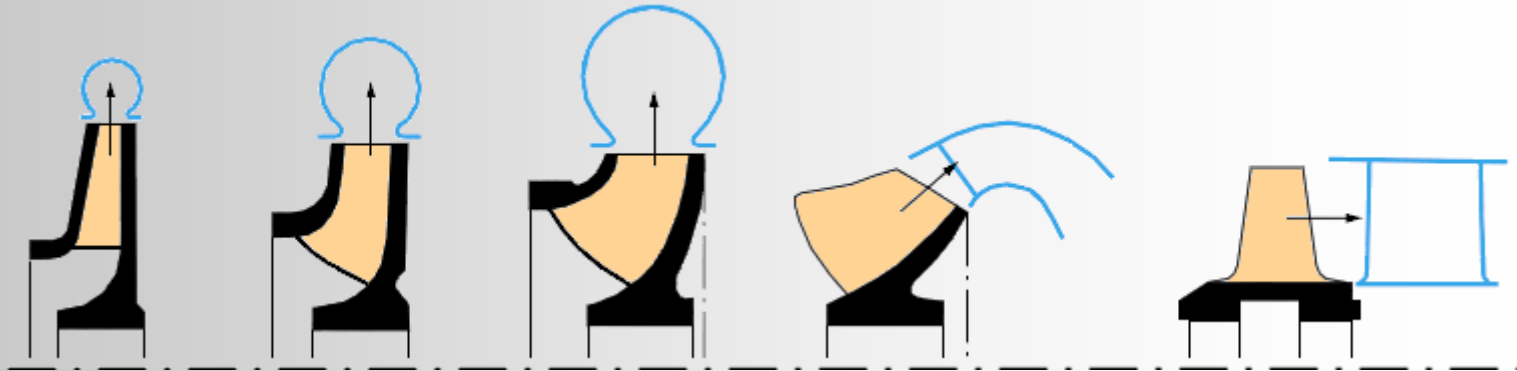
1. Klassifizierung der Turbomaschinen

Spezifische Drehzahl

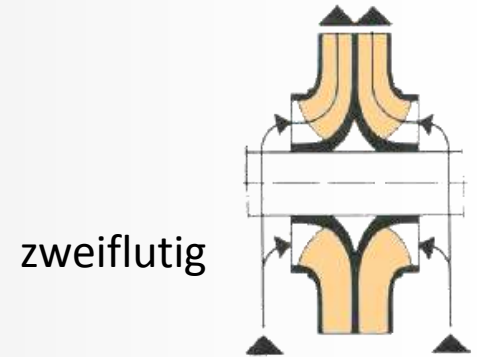
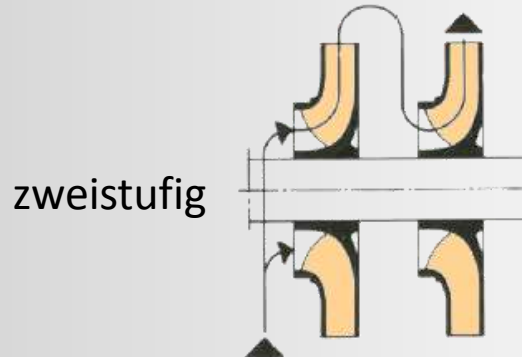
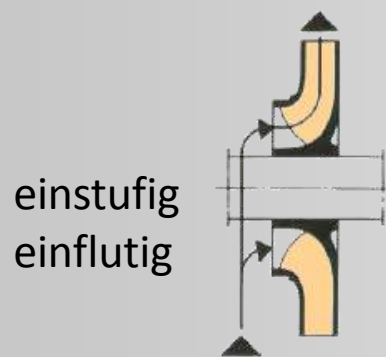
Definition	Gleichung	Umrechnung	Bereich
Allgemein dimensionslos	$n_q^* = n \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}}$	-	0.03 ... 1.2
Type number (ISO) dimensionslos	$\omega_s = 2\pi n \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}}$	$\omega_s = 6.283 \cdot n_q^*$	0.2 ... 7.5
USA	$N_s = n[\text{rpm}] \frac{Q[\text{gpm}]^{1/2}}{H[\text{ft}]^{3/4}}$	$N_s = 17\,177 \cdot n_q^*$	500 ... 20 000
Asien	$n_q = n[\text{min}^{-1}] \frac{Q[\text{m}^3/\text{min}]^{1/2}}{H[\text{m}]^{3/4}}$	$n_q = 2\,576.2 \cdot n_q^*$	80 ... 3 000
Europa	$n_q = n[\text{min}^{-1}] \frac{Q[\text{m}^3/\text{s}]^{1/2}}{H[\text{m}]^{3/4}}$	$n_q = 332.6 \cdot n_q^*$	10 ... 400
Schnellaufzahl	$\sigma = \frac{\varphi^{1/2}}{\psi^{3/4}} = 2.11 \cdot n \frac{Q^{1/2}}{Y^{3/4}}$	$\sigma = 2.11 \cdot n_q^*$	0.06 ... 2.5

1. Klassifizierung der Turbomaschinen

Bauformen

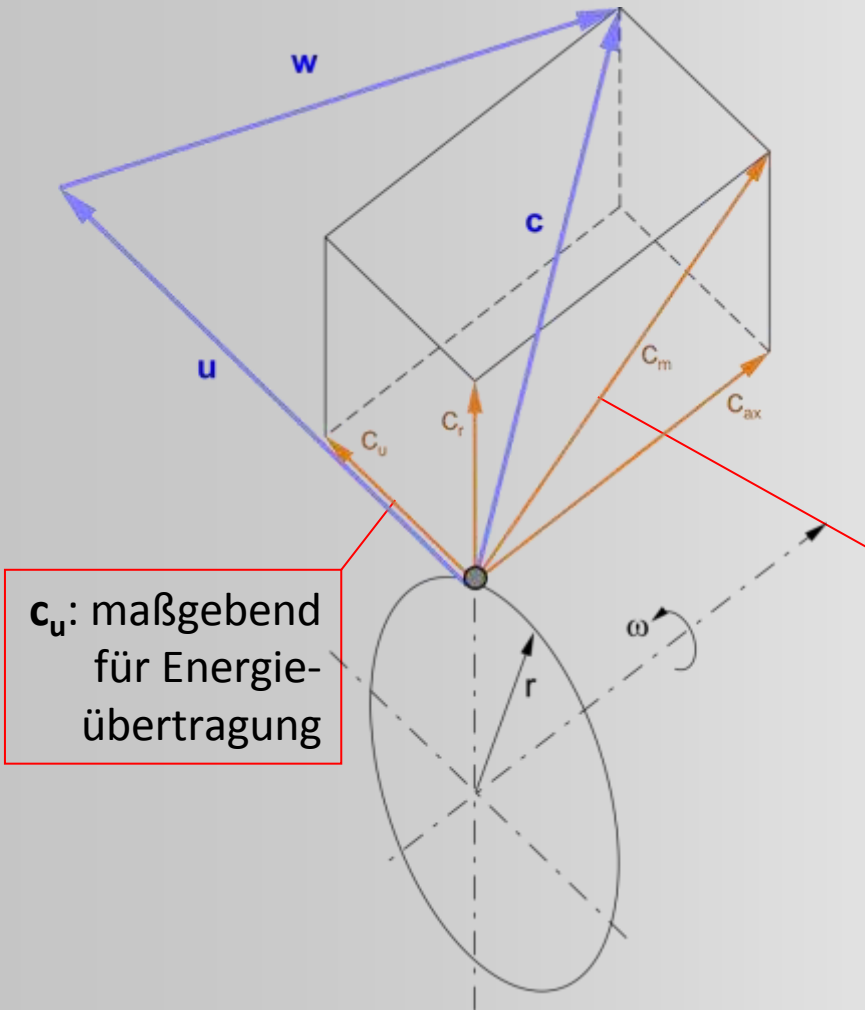


nq	10...25	...40	...70	...160	...400
Bauform	Radial			Halbaxial (Diagonal)	Axial (Propeller)
Gehäuse	Radialdiffusor + Rückführung oder Spiralgehäuse			beschaufelter Diffusor	Nachleitgitter
H	←				
Q	→				



2. Strömungstechnische Grundlagen

Absolut- und Relativströmung



c_u : maßgebend für Energieübertragung

c_m : maßgebend für Durchfluss

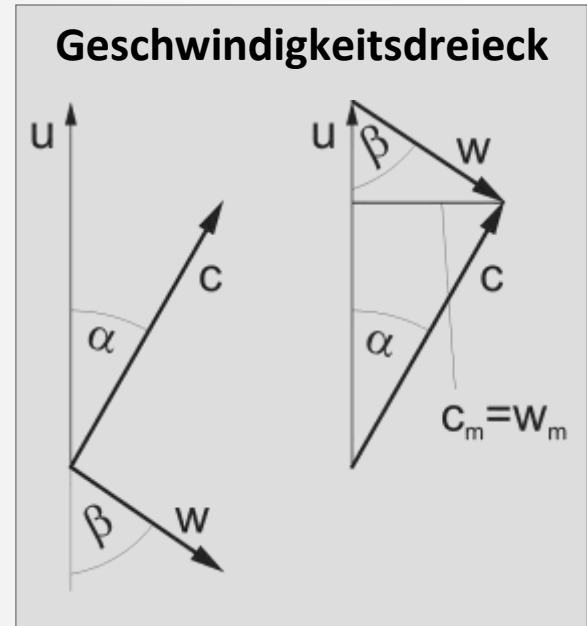
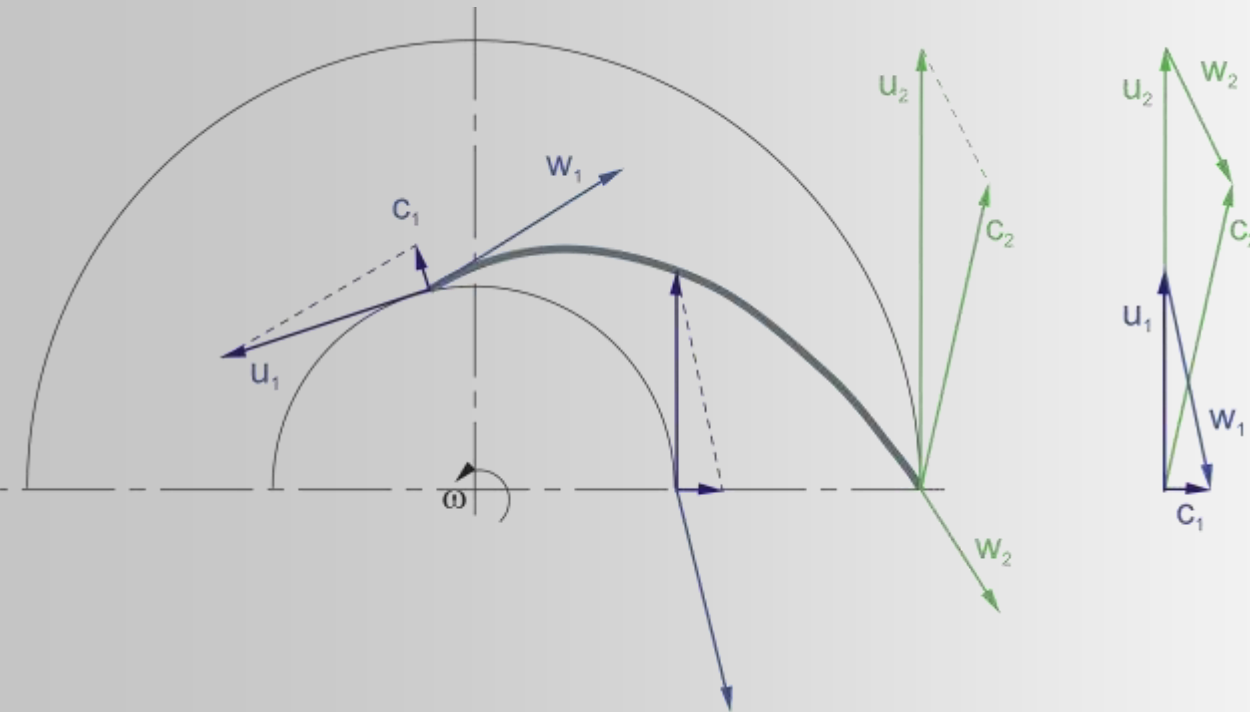
Absolutgeschwindigkeit	\vec{c}
Relativgeschwindigkeit	\vec{w}
Umfangsgeschwindigkeit	$\vec{u} = \omega \cdot \vec{r}$
<hr/>	
	$\vec{c} = \vec{u} + \vec{w}$

Kinematische Grundgleichung der Turbomaschinen

Radialrad	$c_m \approx c_r$
Axialrad	$c_m \approx c_{ax}$
Halbaxialrad	$c_m = \sqrt{c_{ax}^2 + c_r^2}$

2. Strömungstechnische Grundlagen

Absolut- und Relativströmung



α : Winkel der Absolutströmung
 β : Winkel der Relativströmung

2. Strömungstechnische Grundlagen

Erhaltungssätze

Reale Strömung im Laufrad:

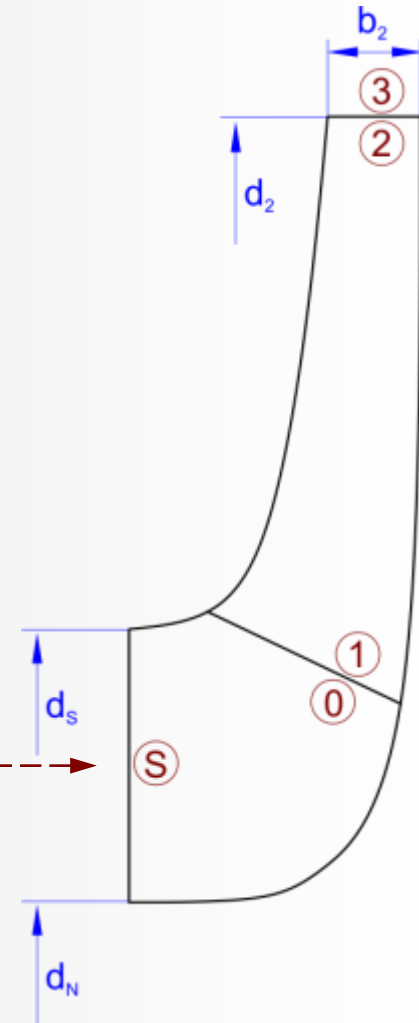
- Dreidimensional
- Turbulent
- Sekundärströmung
- Ablösung
- Grenzschichten
- Kavitation
- Transiente Rezirkulationsgebiete

Vereinfachte Strömung:

- Stationär, reibungsfrei
- Repräsentative Stromlinien (1D-Stromfadentheorie)
- Empirische Koeffizienten
- Definition signifikanter Querschnitte

Basis:

- Kontinuität
- Impulserhaltung
- Energieerhaltung



2. Strömungstechnische Grundlagen

Erhaltungssätze

a) Masseerhaltung (Kontinuität)

Allgemein: $\dot{m} = \rho \cdot A \cdot c = \text{const.}$

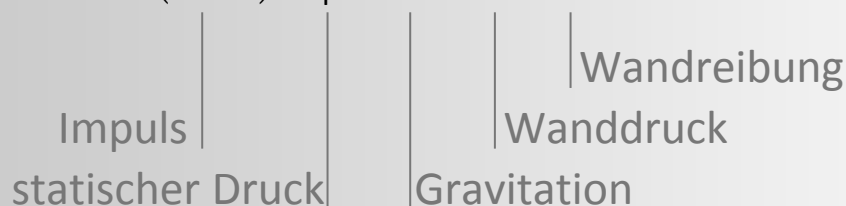
Inkompressibel: $Q = A \cdot c = \text{const.}$

Laufrad: $Q = \pi/4 (d_S^2 - d_N^2) \cdot c_{mS} = \pi d_2 b_2 \cdot c_{m2}$

b) Impulserhaltung

Allgemein : $\dot{m}c + \sum F = 0$

Inkompressibel : $\Delta(\rho c^2 A) + F_p + F_G + F_W + F_\tau = 0$



Laufrad: $F_u = \dot{m} \cdot \Delta c_u$ $M = F_u \cdot r = \dot{m} \cdot \Delta(c_u r)$

(Umfangsrichtung)

$P = M\omega = \dot{m} \cdot \Delta(c_u u)$

Eulersche Hauptgleichung der Turbomaschinen

2. Strömungstechnische Grundlagen

Erhaltungssätze

c) Energieerhaltung

Erster Hauptsatz der Thermodynamik:

$$\Delta(\dot{m}h_t) + P_{Th} + P_{Me} = 0$$

Enthalpie- strom			mechanisch
			thermisch

mit

$$h_t = U + \frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + gz$$

innere			potentiell
statisch			dynamisch

Annahmen: $P_{th} = 0$, $z \approx \text{konst.}$, $\dot{m} = \text{konst.}$

$$\longrightarrow P_{Me} = \dot{m} \cdot \Delta h_t = \dot{m} \left(h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \right)$$

Inkompressibel: $\rho = \text{konst.}$, $T = \text{konst.}$

$$\longrightarrow P_{Me} = \dot{m} \cdot \Delta h_t = \dot{m} \left(\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \right)$$

$$Y = \Delta h_t = gH = \frac{\Delta p_t}{\rho} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}$$

3. Kenndaten

Arbeit, Förderhöhe

Spezifische Förderarbeit

$$Y = gH = \frac{\Delta p_t}{\rho} \quad (\text{Energieerhaltung})$$

$$Y = \Delta(c_u u) \quad (\text{Impulserhaltung})$$

$Y, H \neq f(\rho)$ unabhängig vom Fördermedium
 $\Delta p, F, \tau, P \sim \rho$ abhängig von Dichte des Fördermediums

$$Y = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}$$

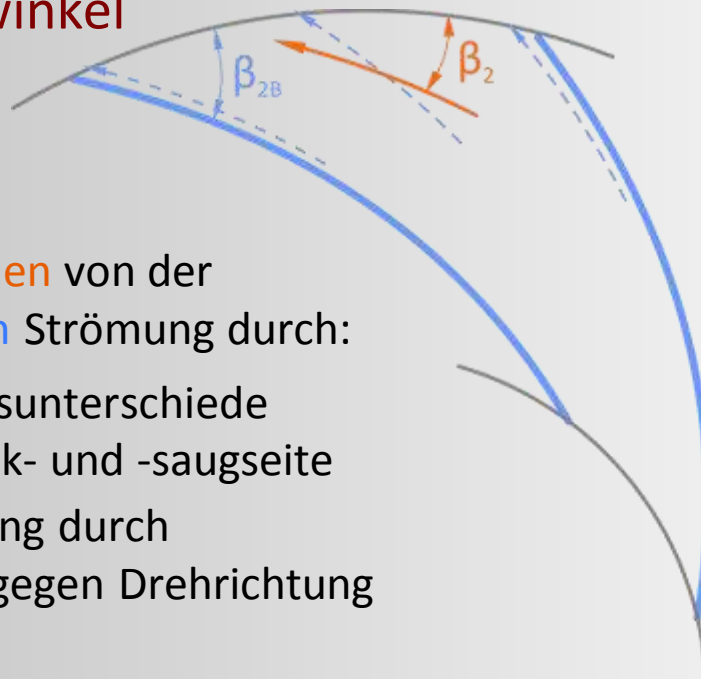
Zentrifugal- Relativ- Absolut-
 anteil verzögerung verzögerung

$$Y_p = gH_p = \frac{\Delta p}{\rho} \quad \text{statische Druckerhöhung}$$

$$R = \frac{Y_p}{Y} \approx 0.6 \dots 0.75 \quad \text{Reaktionsgrad}$$

3. Kenndaten

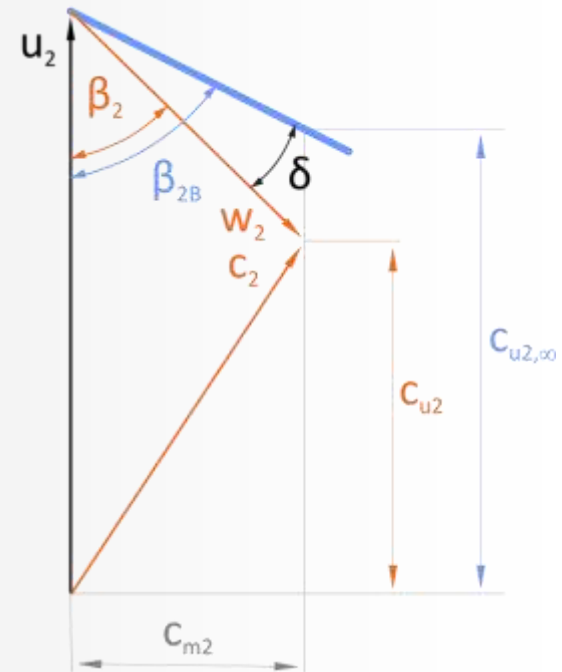
Schaufelaustrittswinkel



Minderumlenkung

Abweichung der **realen** von der **schaufelkongruenten** Strömung durch:

- Geschwindigkeitsunterschiede auf Schaufeldruck- und -saugseite
- Sekundärströmung durch Corioliskraft entgegen Drehrichtung



Abströmbeiwert γ

$$c_{u2,\infty} - c_{u2} = (1 - \gamma)u_2 \quad (\gamma=1: \text{schaufelkongruente Strömung})$$

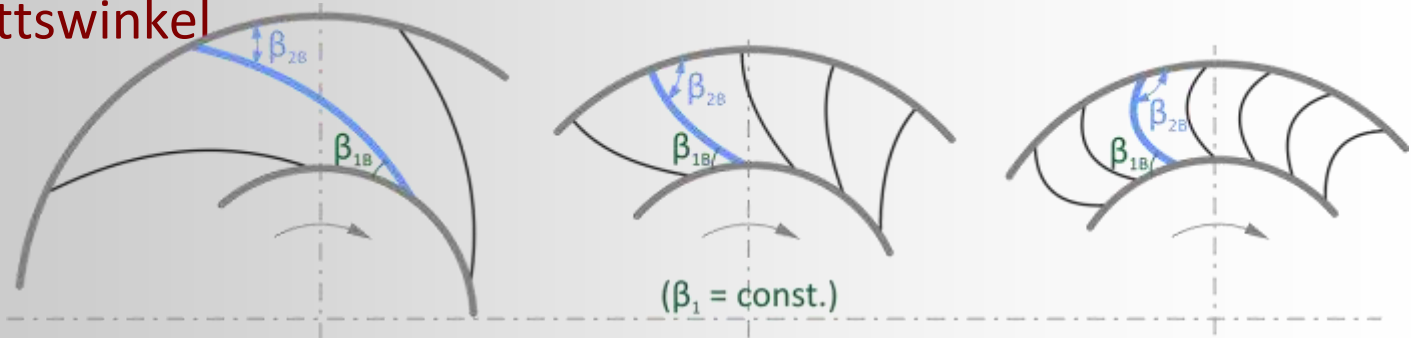
Empirische Modelle

- Wiesner (Busemann)
- Pfeleiderer

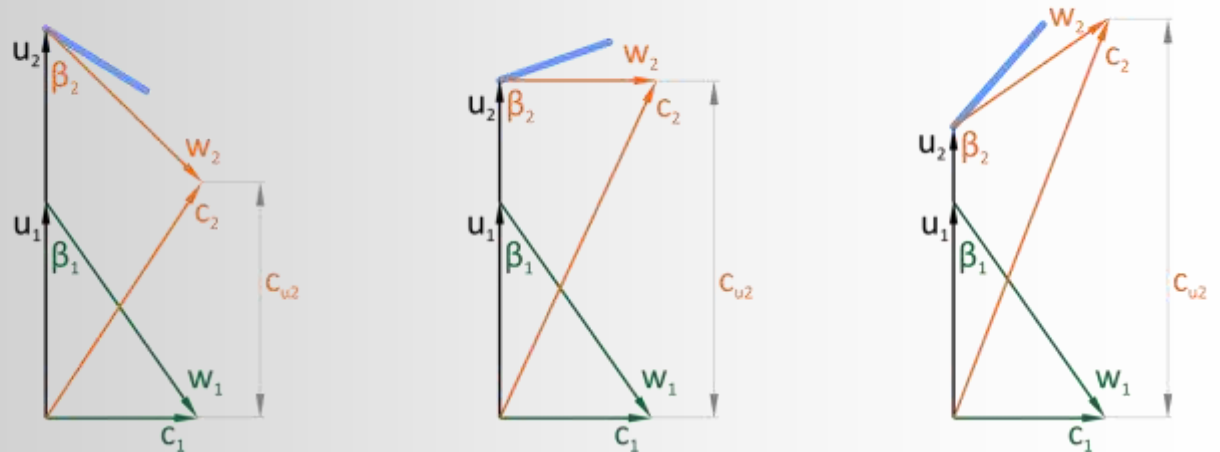
3. Kenndaten

Schaufelaustrittswinkel

3 Laufräder mit
Q, H, n = konst.



$$H \sim u_2 \cdot c_{u2}$$



Schaufelform	Rückwärts gekrümmt	Radial endend	Vorwärts gekrümmt
Schaufelaustritt	$\beta_2 < 90^\circ, c_{u2} < u_2$	$\beta_2 = 90^\circ, c_{u2} = u_2$	$\beta_2 > 90^\circ, c_{u2} > u_2$
Reaktionsgrad	$R > 1/2$	$R = 1/2$	$R < 1/2$
Wirkungsgrad	hoch	mittel	niedrig

3. Kenndaten

Leistung

Förderleistung

$$P_Q = \dot{m} \cdot Y = \rho Q \cdot gH = Q \cdot \Delta p_t$$

Kupplungsleistung

$$P_C = \tilde{P} + P_S + P_M$$

Mechanische Verluste (Dichtungen, Lager)

Radseitenreibung

Schaufelleistung (inkl. Strömungsverluste und Leckage)

$$\tilde{P} = \tilde{m} \cdot \tilde{Y} = \frac{\dot{m} \cdot Y}{\eta_v \eta_h \eta_T} = \frac{P_Q}{\eta_v \eta_h \eta_T}$$

Interne Arbeit

Interner Massestrom

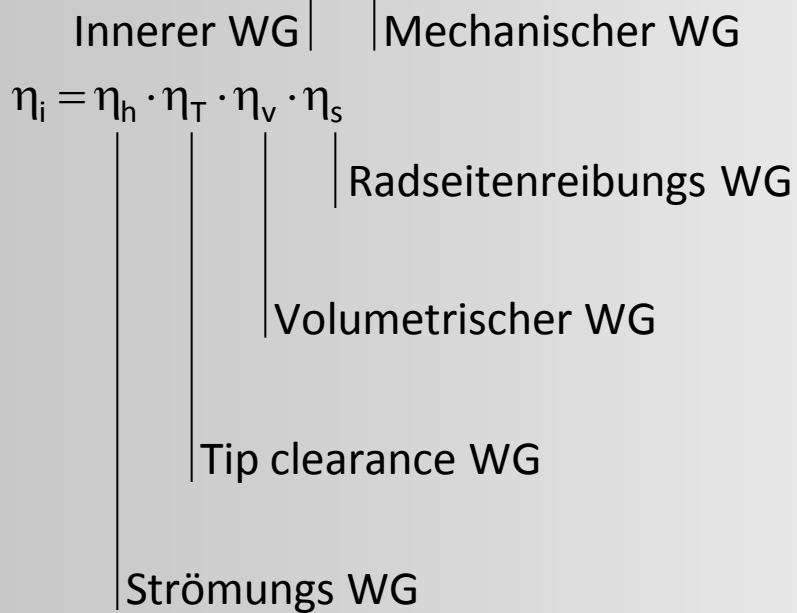
Entwurfswirkungsgrad

3. Kenndaten

Wirkungsgrad

**Gesamt-
wirkungsgrad**

$$\eta = \eta_i \cdot \eta_m = \frac{P_Q}{P_C} = \frac{\text{Förderleistung (Nutzen)}}{\text{Kupplungsleistung (Aufwand)}}$$



$$\eta_m = 1 - \frac{P_M}{P_C} \approx 95\% \dots 99.5\% \quad (\text{kleine ... große Maschinen})$$

$$\eta_s = 1 - \frac{P_S}{P_C} \approx 65\% \dots 99\% \quad (\eta_q \rightarrow)$$

$$\eta_v = \frac{Q}{\tilde{Q}} \approx 93\% \dots 99\% \quad (\text{Maschinengröße } \rightarrow)$$

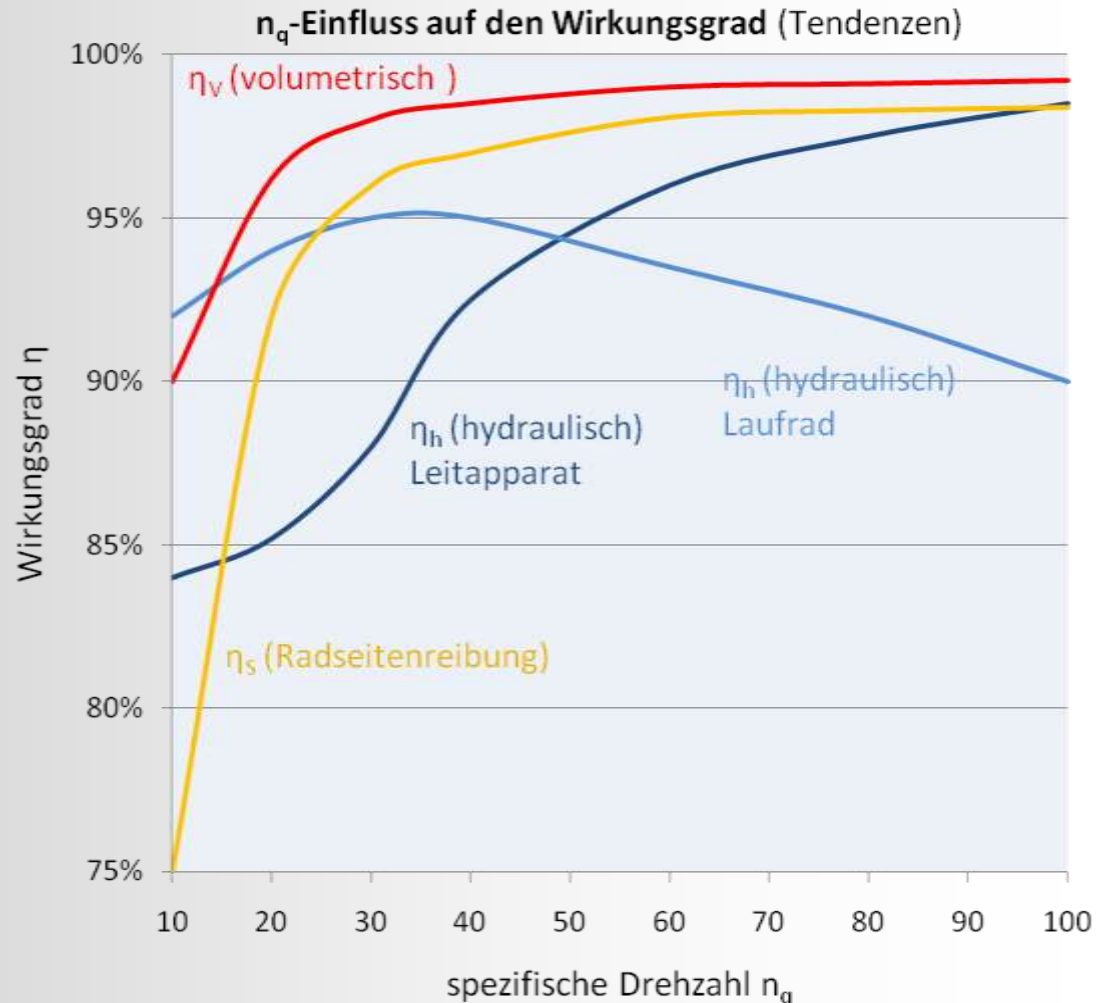
$$\eta_T = 1 - \frac{P_T}{P_C} \approx 1 - k_\beta \frac{x_{\text{Tip}}}{(b_1 + b_2)/2}$$

$$\eta_h = \frac{Y}{\tilde{Y}} \approx 60\% \dots 95\%$$

3. Kenndaten

Wirkungsgrad

- kleine spezifische Drehzahl n_q :
 - ↳ volumetrische Verluste (Rückströmung) steigen wegen hoher Druckdifferenz
 - ↳ Radseitenreibung steigt wegen großer Reibungsfläche
 - ↳ steigende Leitapparat-Verluste wegen hoher Absolutgeschwindigkeit
- $n_q \geq 10$ (8)
- bei kleineren n_q sorgfältige Auslegung des Leitapparates wichtig
- bei höherem n_q Laufrad-Auslegung entscheidend



3. Kenndaten

Saugfähigkeit

- Problem: Unterschreiten des Dampfdruckes der Förderflüssigkeit führt zu Kavitation
- Dampfblasen beeinflussen Strömung
 - Kondensation (Implosion) bei ansteigendem Druck
 - Einfluss auf Förderhöhe und Wirkungsgrad
 - Lärm, Schwingungen, Erosion

Haltedruckhöhe
(Net Positive Suction Head)

$$NPSH = H_s - p_v / (\rho g)$$

Abstand zur Verdampfung

| Dampfdruck des Fluids
| Energiehöhe am Saugstutzen

Verfügbare Haltedruckhöhe
(NPSH Available) Anlage

$$NPSH_A = \frac{p_{In,abs} - p_v}{\rho g} + \frac{c_{In}^2}{2g} + z_{In} - H_{V,S}$$

Energie am Zulauf
(Bernoulli)

Erforderliche Haltedruckhöhe
(NPSH Required) Pumpe

$$NPSH_R = \left(\frac{p_{t,s} - p_v}{\rho g} \right)_{min}$$

Druckabsenkung Eintritt → Schaufel
(Reibung, Stoß, Beschleunigung,
Überwindung Höhendifferenz)

3. Kenndaten

Saugfähigkeit

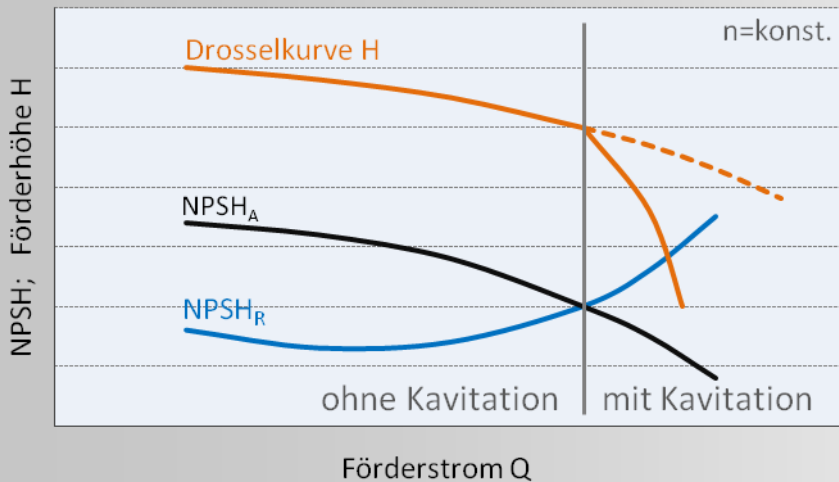
Vermeidung von Kavitation:

$$NPSH_A > NPSH_R$$

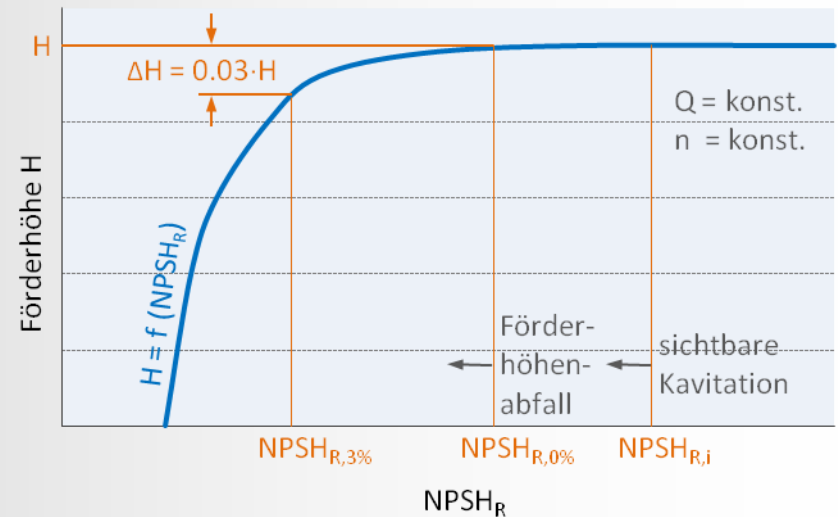
übliches Kavitationskriterium:

$$NPSH_{R,3\%} = NPSH_A \text{ bei } 3\% \text{ Förderhöhenabfall}$$

NPSH-Einfluss auf die Drosselkurve



Kavitationskriterien



Verbesserung der Saugfähigkeit

- Vergrößerung Saugmunddurchmesser d_s
- Verringerung Schaufelzahl

- Doppelflutige Laufräder
- vorgezogene Schaufel-Eintrittskante
- vorgeschalteter Inducer

3. Kenndaten

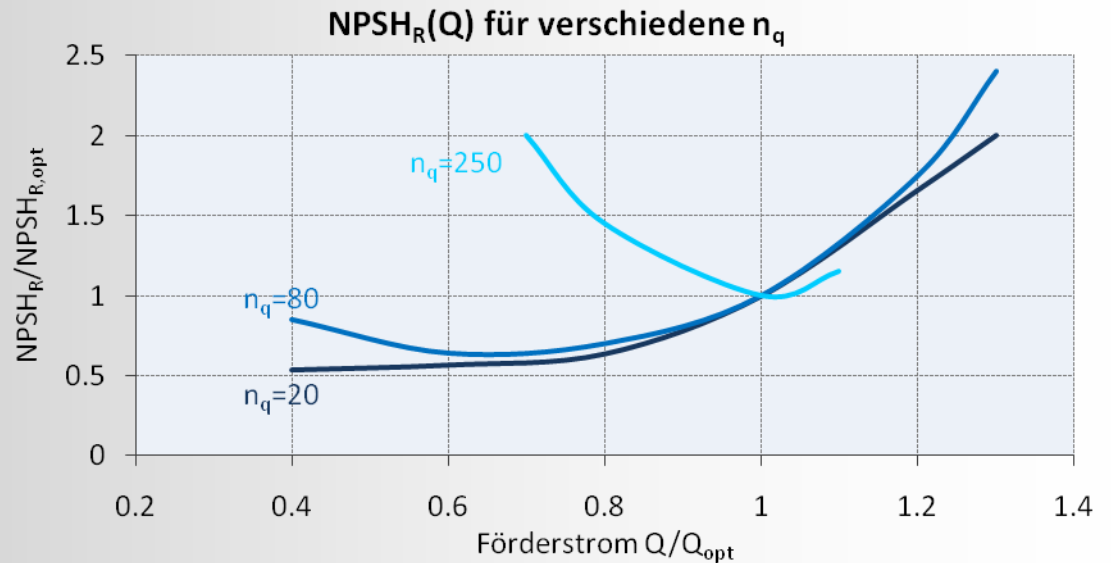
Saugfähigkeit

Kavitation abhängig von:

- Laufradgeometrie
- Zuströmbedingungen

⇒ empirische Berechnung kaum möglich

⇒ experimentelle/ numerische Ermittlung notwendig



Empirische Ansätze für $NPSH_R$

Pfleiderer:
$$NPSH_R = \lambda_c \frac{c_1^2}{2g} + \lambda_w \frac{w_1^2}{2g}$$

Verlustkoeffizienten $\lambda_c = 1.1 \dots 1.35$; $\lambda_w = 0.1 \dots 0.3$

Petermann:
$$NPSH_R = 1/g \left(n \sqrt{Q} / S_q \right)^{4/3}$$

Saugkennzahl $S_q = 0.4 \dots 0.45$

Stepanoff:
$$NPSH_R = Th \cdot H$$

Thoma-Zahl $Th = 1.22 \cdot 10^{-3} \cdot n_q^{4/3}$

Gülich:
$$NPSH_R = \left(n \sqrt{Q} / n_{SS} \right)^{4/3}$$

Spezifische Saugzahl $n_{SS} = 160 \dots 260$

Europump :
$$NPSH_R = (0.3 \dots 0.5) n \sqrt{Q}$$

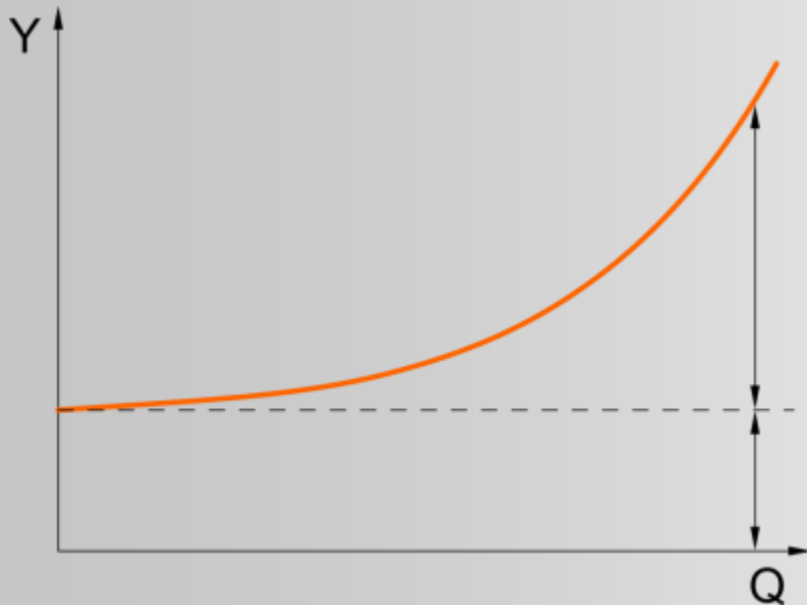
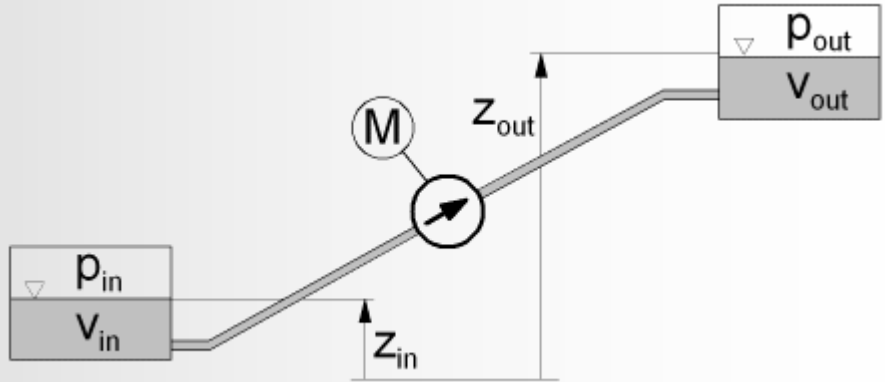
4. Kennlinien

Anlagenkennlinie

$$Y = Y_{\text{stat}} + Y_{\text{dyn}}$$

dynamischer Anteil
abhängig von v^2 bzw. Q^2

statischer Anteil
konstant oder 0

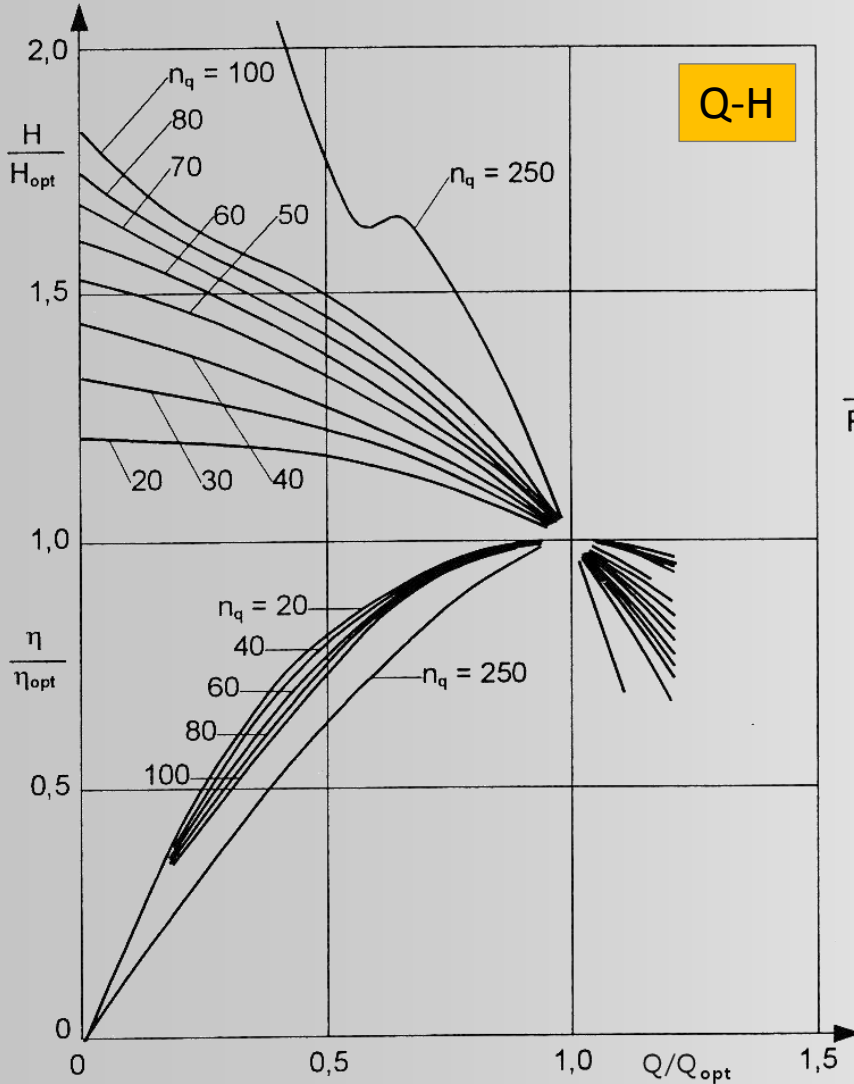


$$Y_{\text{dyn}} = \frac{v_{\text{out}}^2 - v_{\text{in}}^2}{2} + \zeta \frac{\bar{v}^2}{2}$$

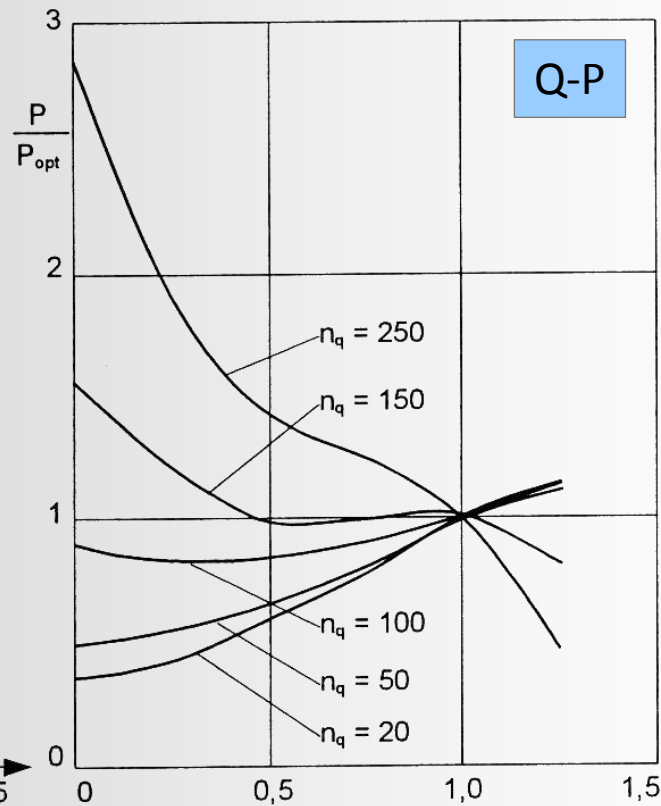
$$Y_{\text{stat}} = \frac{p_{\text{out}} - p_{\text{in}}}{\rho} + g(z_{\text{out}} - z_{\text{in}})$$

4. Kennlinien

Pumpenkennlinie



Kennlinie	Q-H	Q-P
Radial	flach	ansteigend
Halbaxial	steil	horizontal / abfallend



4. Kennlinien

Pumpenkennlinie

Euler-Gerade

- maximal mögliche Energieübertragung:
 - verlustlos („th“)
 - schaufelkongruent („∞“)
- entsprechend Eulerscher Hauptgleichung:

$$Y_{th,\infty} = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}$$

$$Y_{th,\infty} = u_2 \left(u_2 - \frac{Q \tau_2}{\pi d_2 b_2 \tan \beta_2} \right) - u_1 c_{u1}$$

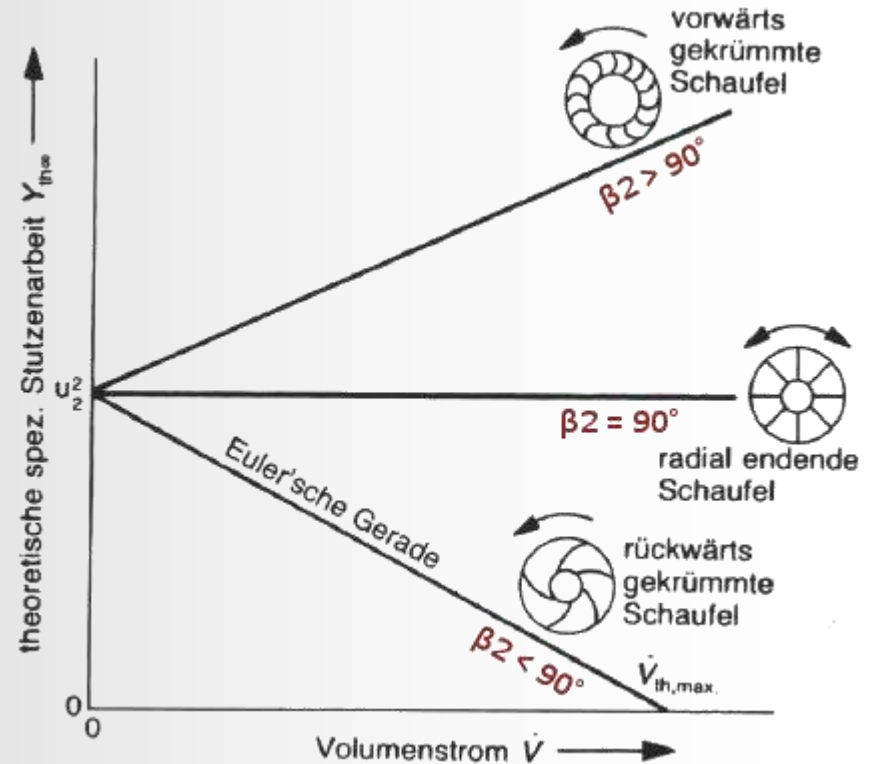
→ steilere Kennlinie durch Verringerung von b_2 oder β_2

- rückwärts gekrümmte Schaufeln:

$$Q_{th,max} = \frac{\pi d_2 b_2 \tan \beta_2}{\tau_2} \left(u_2 - \frac{u_1}{u_2} c_{u1} \right)$$

real deutlich geringer durch

- hohe Verluste bei hohen Geschwindigkeiten
- Kavitation bei hohen Geschwindigkeiten



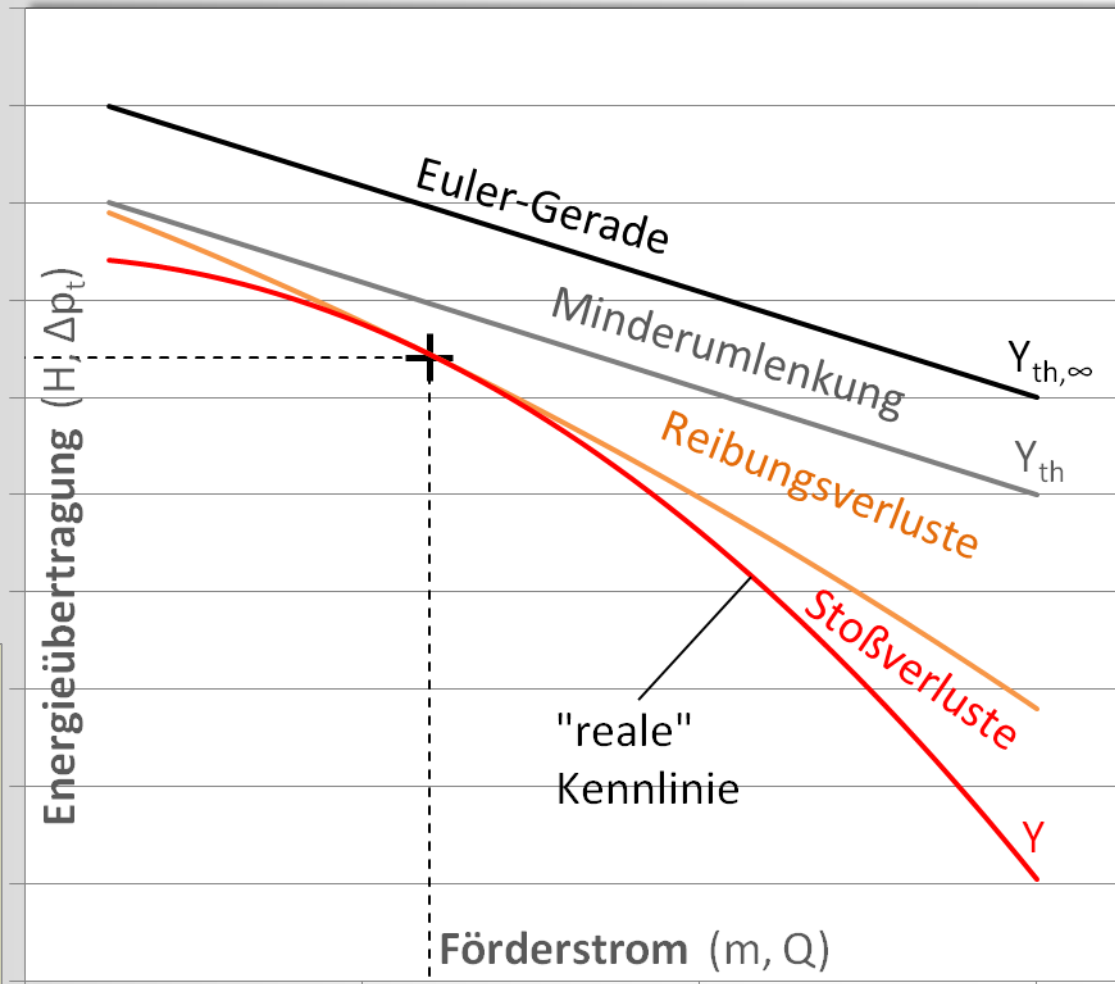
4. Kennlinien

Pumpenkennlinie

verminderte Energieübertragung

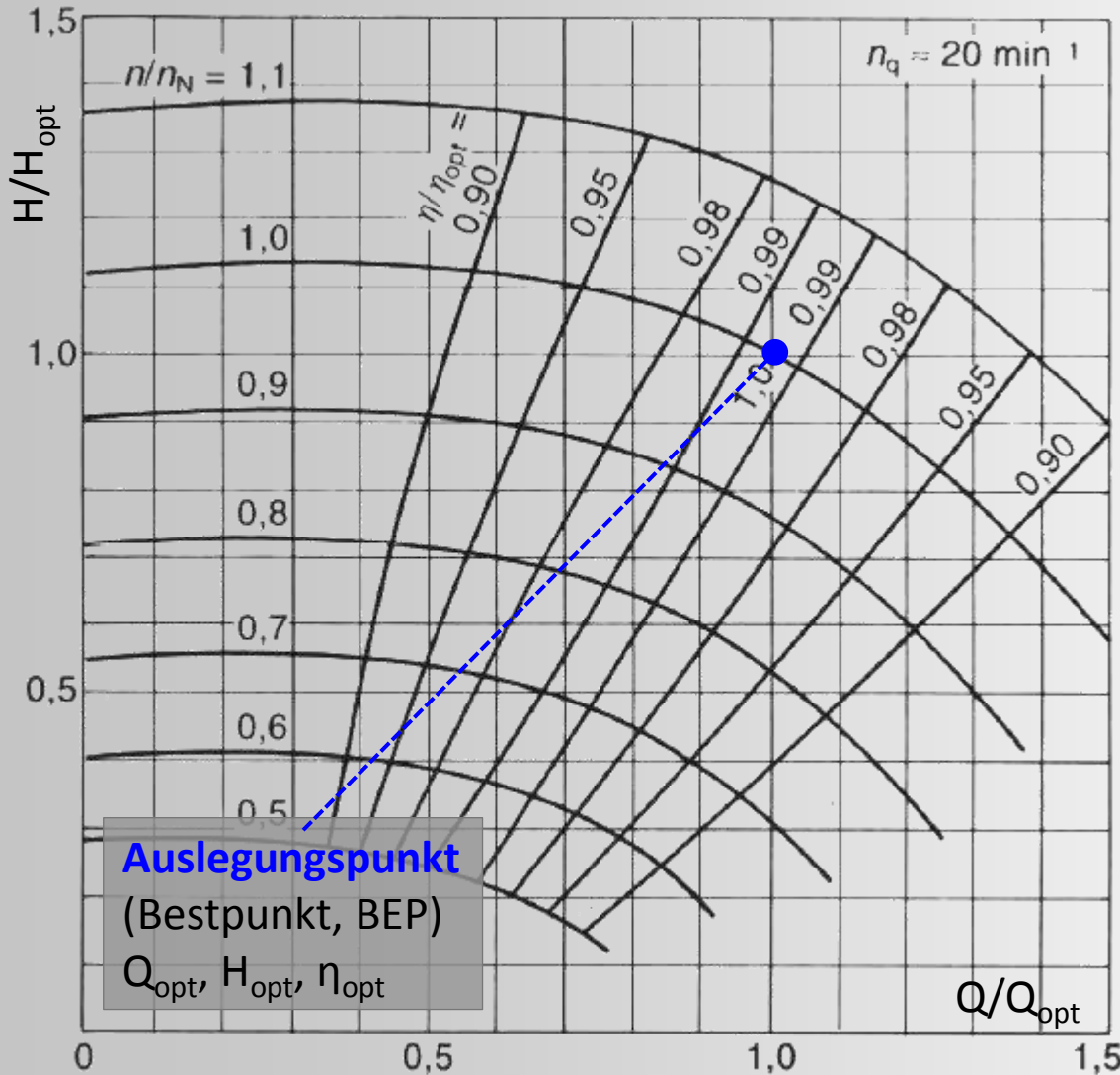
- Minderumlenkung durch endliche Schaufelzahl
~ Minderleistungsfaktor γ
- Reibungsverluste an Kanalwänden
~ Verlustbeiwert ζ
- Stoßverluste am Schaufel Eintritt
~ Stoßbeiwert c_t

- ⇒ begrenzte Genauigkeit durch empirische Basis
- ⇒ starke Abweichung der gemessenen Kennlinie möglich durch Ablösungen, Rezirkulation



4. Kennlinien

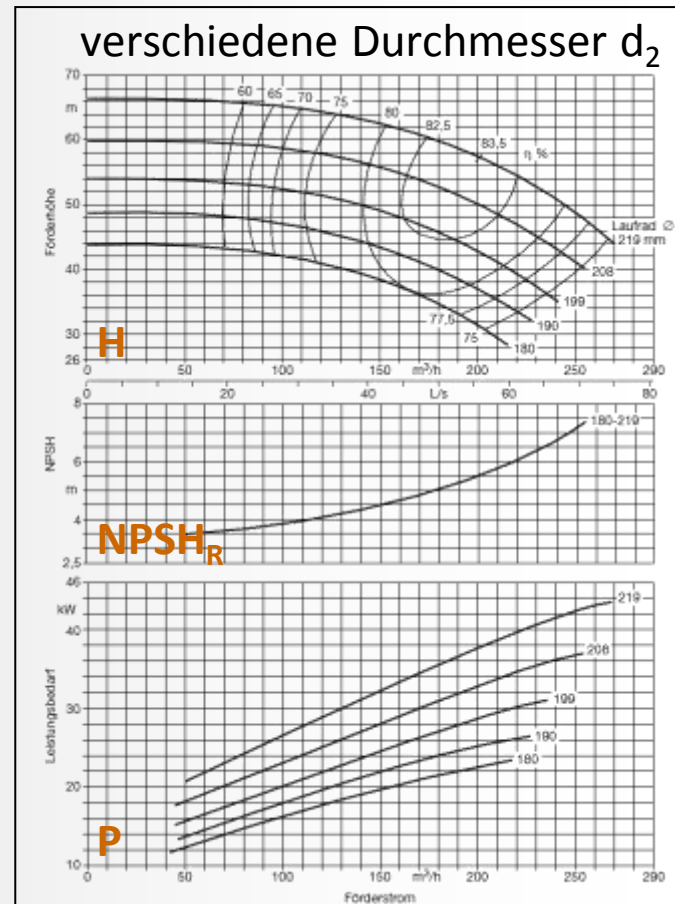
Kennfeld



verschiedene Drehzahlen n

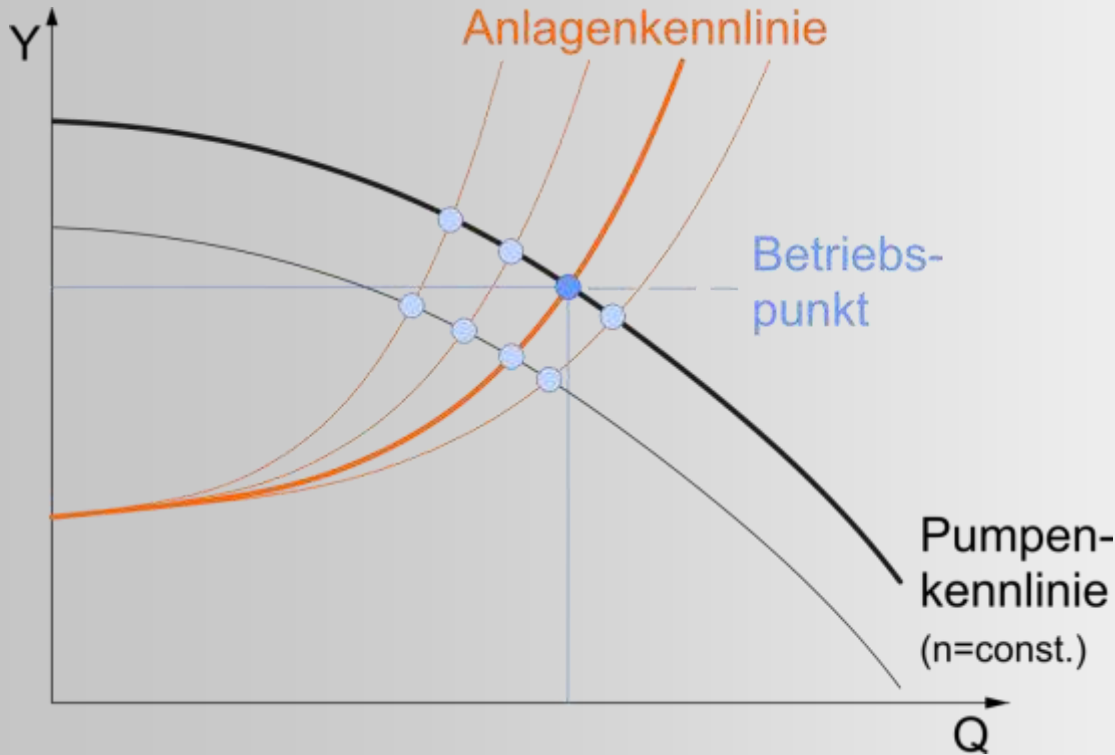
$Q \sim n$ $H \sim n^2$ $P \sim n^3$ $NPSH_R \sim n^{1.3...2}$

verschiedene Durchmesser d_2



4. Kennlinien

Betriebspunkt



Ziel:

Betriebspunkt = Auslegungspunkt

Betriebspunkt-Anpassung

a) Anlage

- Drosselung
- Bypass

b) Pumpe

- Drehzahl
- Durchmesser-Reduzierung
- Laufschaufelverstellung
- Leitschaufelverstellung (Vor-, Nachdrall)
- Kavitation
- Parallelschaltung
- Reihenschaltung